С.Л. Василенко, А.В. Никитин

Развитие математических основ гармонии в Tm-системе Татаренко

Заботься о смысле,
а слова сами о себе позаботятся...[1]
Льюис Кэрролл, "Приключения Алисы в Стране Чудес" (Пер. Старилов)

Введение.

Хорошо известен фразеологизм "розовые очки", который лексически означает иллюзорно-наивное восприятие объективной реальности (словарь Ушакова).

Эта идиома популярна во многих языках мира.

В русской литературе она обычно ассоциируется с зайцем[2] (из цикла сказок В.Бианки о животных), который нашел очки с розовыми стёклами и стал воспринимать окружающий мир в чересчур оптимистическом свете, пока ... не встретился с волком.

Почему именно розовый? – Это самый пассивный из цветов, который провоцирует приветливость и снижает агрессивность, как внутреннюю, так и внешнюю.

Через "розовые очки" мир представляется счастливым детским инфантильным взором и в иллюзорных "розовых мечтах" [1, с. 433].

Но есть и другой более жесткий взгляд на реальность, который также обусловлен цветом, только с металлическим окрасом золота.

Многие человеческие достоинства и добродетели, а ещё больше недостатки и пороки со всей отчетливостью обнажились в золотых лихорадках при массово-неорганизованной добыче золота в Сибири (с 1829 г.), Калифорнии[3] (1848–1855), на Аляске (с 1896 г.) и др.

С тех пор жизнь человека всё больше уподобляется безрассудной погоне за деньгами. Мир подчиняется правлению золота. А в образной речи появляется фразеологизм [1, с. 214] "желтый дьявол"[4], порабощающий людей.

Но, оказывается, есть ещё одно косвенное поклонение желтому металлу. – Речь идет о фетишизации золотого сечения (ЗС).

Понятно, само по себе ЗС в этом не виновато. Вот как его описывает известный русский математик В.Арнольд [2, с. 14]: «Это очень красивое число. Например, открытки делают в форме прямоугольника, отношение сторон которого равно этому числу. Если от такого прямоугольника отрезать квадрат со стороной, равной меньшей стороне прямоугольника, то оставшийся прямоугольник подобен исходному... Если снова отрезать квадратик, снова получится прямоугольник, подобный исходному и т.д.».

Интерес к ЗС на протяжении двух тысячелетий не раз менялся на противоположный знак. Наука надолго от него отворачивалась до следующей сенсации, как правило, броской, эффектно поданной, но малосодержательной по своей сути.

Сегодня мы также наблюдаем очередной пик, напоминающий "золотую лихорадку" XIX века, в которую вовлечены многие исследователи, включая "золотоискателей-ортодоксов", превозносящих ЗС выше любого другого числа.

---

[1] http://www.lib.ru/CARROLL/alisa_star.txt. – Сентенция является иносказанием англ. поговорки "Take care of the pence and the pounds will take care of themselves" = "Позаботься о пенсах, а фунты позаботятся о себе сами". – Нам о ней напомнил доктор философских наук Э. Сороко.

[2] Что означает фраза "розовые очки"? – http://pinkinform.ru/2009/02/chto-oznachaet-fraza-rozovye-ochki/.

[3] Калифорнию теперь часто называют "Золотым штатом".

[4] По мотивам очерка-памфлета М.Горького "Город желтого дьявола" (1906).

Среди них встречаются серьезные ученые, но чаще это удел любителей, поскольку в этой области серьезные проблемы, как правило, не решаются.

Во всяком случае, пока. И понемногу самоочевидная ограниченность описания мироздания в мерах золотых единиц для многих становится явью.

Постепенно феерическое обожествление золотого сечения сменяется реальной оценкой действительности, а на смену его безудержного культа приходит настоящее понимание гармонии мира во всем её разнообразии и многочисленных проявлений.

Постановка задачи.

Одним из первых авторов, обративших внимание научной общественности на узость восприятия мира через "розовые очки в золоченой оправе", стал наш соотечественник А.Татаренко [3–5]. Хотя оценка и признание его идей также были неоднозначными, сменяясь во времени на полярные точки зрения.

Понятно, что золотое сечение – составная часть тысячелетней культуры, так или иначе завоевавшая место под солнцем. Ронять её статус и значимость не подобает.

Однако сегодня нужно базироваться уже на ином, более широком подходе, основанном на множественности математической пропорции в понимании и описании гармонии мира.

Вопрос о связи числа $\Phi = (1+\sqrt{5})/2$ с философским осмыслением гармонии уже не требует разрешения. Это сделано историей со времен Фидия (ок. 490 – 430 до н.э.).

Появление класса чисел по свойствам, подобным Ф, лишь дает основания введения формального уравнивания их в отношении гармонии.

А.Татаренко решил эту задачу блестяще. Он уравнял числа по условиям их применения. На уровне гармонии. Его логика проста. Если есть гармония с идеалом в виде числа Ф, то вполне допустимо распространить эти условия на все остальные числа в пределах выбранного класса. И для каждого из них установить свои отношения в общей гармонии.

Уравнивание статуса таких чисел формализует и само понятие гармонии до математических дефиниций. На этом основании и было предложено установить математическую гармонию с основанием – идеалом приближения, для каждого числа.

По мысли А.Татаренко *гармония – это сумма взаимодействия мер (отношений) в окружающем мире. Меры, как звуковые гармоники дают то многообразие, которое создается вокруг нас. Есть первая гармоника* $T_1 = \Phi$, *есть вторая* $T_2 = 2{,}414$ *и т.д. Основание или мера (число) – есть идеал. Эти меры создают взаимодействия и задают в общем звучании свою аккордную тональность – математическую гармонию. Их суммирование и формирует ту сложную картину взаимной соразмерности, что называется гармонией.*

Мы имеем дело с развитием идеи гармонии, в которой ЗС только составная часть.

И не причем тут уже ни "металлические пропорции", ни их привычность среди отдельных "золотоискателей". Последние могут безмятежно продолжать находить своё "золото" во всём вокруг нас. Возможно, как обобщение чего-то "золотоносного", именуемого "металлическими пропорциями", было для них достаточным.

Подобное уже не принципиально. Мы совершенно спокойно можем сказать – пусть они будут. Насколько сумеют задержаться в рамках общей математики.

Это уже частный случай одной большой гармонии, которая стремительно ушла вверх от математической "золотой" ступеньки на уровень полигармонии.

С другой стороны, если мы получили бесконечное количество численных признаков гармонии, составляющих общую картину мира в категориях математики, то возникают вполне резонные вопросы: как взаимодействуют данные числа, и где проявляется эта множественность?

Очевидно, что отношение толщины стебля колоса к его высоте – это тоже математическая гармония. Но с точки зрения ЗС она никогда не рассматривалось.

Теперь же такая возможность у нас появляется. Через другие виды пропорции.

Так мы приходим к А.Татаренко, как автору новой парадигмы в изучении гармонии, ведь до него всё в основном крутилось только вокруг ЗС.

Приходим к его выстраданной идее и философскому осмыслению «комплексного рассмотрения гармонии на основе многовариантных пропорциональных отношений» [6], где ЗС – только одна из составных частей.

Целью настоящей работы является восстановление реноме этого ученого и формирование правильного понимания его Tm-гармонии.

Работы ряда зарубежных авторов ниже упоминаются главным образом из-за завышенной оценки их роли в развитии учения о гармонии, которые ими в принципе не ставились, в отличие от славянского исследователя А.Татаренко.

Часть затрагиваемых вопросов уже нашла отражение в статьях [6, 7].

Осталось более отчетливо зафиксировать его приоритет в развитии методологического понимания математических аспектов гармонии и расширении её понятий.

Дилемма: гармония – идеал.

Задача стара как мир. Природа стремится жить в гармонии. Гармония движет нашими помыслами о прекрасном. Прекрасное стремится к идеалу. А идеал – недостижим…

Как создать гармонию при недостижимом идеале? Где начинается гармония?

И что такое идеал в приложении к гармонии?

Эти вопросы волнуют философов уже много веков.

Гармония... Её вроде нет в смысле достижимости, и большая математика это доказывает (в тех же теоремах Гёделя). Но она есть! – Хотя бы потому, что очень хочется. И мы можем это как-то донести выразительными средствами искусства.

Без веры нет и меры!

Поэтому тут каждый решает сам, что он понимает и принимает в гармонии или реалиях её существования (проявления).

В словаре Даля находим: гармония – соответствие, созвучие, соразмерность, равновесие, равномерность, взаимность, соотношение, согласие, стройность, соразмерное отношение частей целого, правильное отношение (http://www.edudic.ru/dal/5625/).

В большой советской энциклопедии (БСЭ) гармония представляется как «форма выражения идеала». Посмотрим, а что же такое идеал?

Идеал (лат. *idealis*, греч. ἰδέα – образ, идея) – то, что составляет высшую цель деятельности, устремлений; совершенное воплощение чего-л., <элитный> образец, высшая ценность. Там же в БСЭ читаем:

> «Идеал по Канту принципиально недостижим и представляет собой только "идею" регулятивного порядка. Он указывает скорее направление на цель, чем задает образ самой цели, и потому руководит человеком скорее как чувство верного направления, чем как ясный образ результата. ... Наглядно представить себе состояние, соответствующее идеалу, нельзя, ибо оно неосуществимо в течение сколь угодно длительного, но конечного времени».

По Канту, явления без цели (ландшафты и др.) идеала не имеют.

Идеал оказывается чем-то абсолютно недостижимым, и как горизонт, все время отодвигается в будущее по мере приближения к нему.

«В науке это положение выражается в том, что по поводу каждого предмета всегда возможны, по крайней мере, две взаимоисключающие теории, равно оправданные и с точки зрения "чистой логики", и с точки зрения опыта» [8].

Техническая система в своём развитии также приближается к идеальности – максимальному показателю эффективности системы. Достигнув идеала, система как бы исчезает, а её главная полезная функция продолжает выполняться [9].

Таким образом, гармония – это и форма выражения идеала. Но, осуществление идеала означает конец истории. Конец всего. Развития, жизни…

Это очень важно с философской точки зрения понимания гармонии. В том числе и её математических аспектов, когда приходит осознание мысли о невозможности приближения к точному числу основания гармонии.

В этой связи надо бы рассмотреть и основной "пунктик" критики теории гармонии на основе ЗС. Многие утверждают, что ЗС присутствует практически везде, приводя массу примеров. Но мы проверяем и ... не находим. Да, что-то примерное маячит, хотя нам твердили, что нашли точную золотую пропорцию. Но если нет истинного значения ЗС, то и вся гармония на её основе превращается в миф.

Оказывается, основание гармонии и не может проявляться в окружающем нас мире в своей точной количественной мере: ни Ф, ни какое-то другое.

Идеал недостижим. Если реальный объект и может достичь состояния идеала, то только с переходом и объекта, и самого идеала в новое качество.

Например, когда выход живого на точное значение ЗС означает его уход в небытие, ибо ничего не остается на системные связи в единой структуре.

В этом смысле числовой ряд Фибоначчи близок к идеалу гармонии меры, как бесконечное приближение к основанию.

Тогда мы начинаем рассматривать не меру пропорциональности, как таковую, а способ её формирования в рамках непреднамеренного и бесконечного приближения. Это и может быть выражением гармонии.

Введение понятия математической гармонии позволяет установить формальные зависимости, отражающие возможность приближения степень (меру) гармоничности того или иного объекта к бесконечно недостижимому идеалу – основанию гармонии.

Возьмем, к примеру, только одно свойство этих чисел – взаимную обратимость.

Простое сопоставление идеала Ф и $\phi = \Phi^{-1}$, как возможного предельного отклонения пропорциональности от этого идеала, позволяет оценить устойчивость и вероятность появления данной пропорции в реальных объектах окружающего мира.

С ростом основания гармонии максимально допустимое отклонение уменьшается, а значит, уменьшается и вероятность появления этой пропорции.

Предел отклонения стремится к 0, и ряд оснований гармоний все ближе подходит к своему идеалу – ряду натуральных чисел: 1, 2, 3…

Вернуться к истокам.

В связи с переосмыслением системы оснований философии в рамках гармонии меры требует уточнения терминология понятий и применяемые сокращения.

В частности, не понятно, откуда в сфере ЗС вдруг появилась почитаемая некоторыми иностранцами τ-система. Основным обозначением неожиданно стало τ = 1,618, которое продолжает употребляться и в отдельных новых работах [27, с. 3–29].

По нашему глубокому мнению, такие искусственные метаморфозы вовсе не обязательны для фундаментальной константы, находящейся в одном ряду с π, e и др.

То, что именуется золотым сечением, уже давно имеет более древнее и вполне законное имя – число Фидия. И четкие обозначения Ф = 1,618… и ф = 0,618..., в которых нашла отражение очевидная логика: большему числу – большая буква и наоборот.

Вместе с буквой пытаются вывести из терминологии сам символ Фидия. Очень уж хочется оставить только "золото", отбросив другое, правда, без "позолоты", историческое название. Но не много ли излишнего "золочения" накапливается в гармонии?

За заменой числа Фидия на безликое τ мы видим его противопоставление европейской культуре и научным традициям, включая славянские.

В угоду кому или чему? Только на том основании, что в латинском алфавите нет буквы Ф? – Но там и τ нет. Почему-то надо использовать исключительно термин – "золотое сечение", с историей от Леонардо, а всё остальное засунуть потихоньку на дальнюю полку – в пыль забвения.

К счастью, это уже осмыслили и на Западе. Даже Американская Ассоциация Фибоначчи (The Fibonacci Association. – http://www.mscs.dal.ca/Fibonacci) пусть медленно, переступая через свою исключительность, но постепенно возвращается к оригиналу. Подобные явления мы наблюдаем и в математической справочной литературе [30].

А вот как об этом писалось почти 100 лет назад[5]: «Спираль – ключ к пониманию органической природы, а возможно, и живых человеческих существ. Фундаментальным математическим выражением спирали есть число $\phi = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1{,}618$ – отношение Фидия, золотое сечение или божественная пропорция, как его по-разному называли в истории».

И что характерно... На английской клавиатуре нет буквы Ф, но люди все равно, будучи ей верны, выписывают латинскими буквами Phi или phi. Это и есть настоящая приверженность к установившимся обозначениям, которые закрепились у нас и в Европе, что можно только приветствовать. Так что есть число-отношение Фидия, как основание соответствующей математической гармонии. И никакая особая "золотоносность", а тем более, обобщающая "металлизация" ему не нужна.

Анализ и развитие существующих теорий

Математико-квадратичный этюд.

Гармоничную Tm-систему Татаренко иностранцы стараются отодвинуть на задний план, приводя довольно странные аргументы о первичности-вторичности написания обычных числовых форм квадратного уравнения.

Весьма наивные суждения, когда развитие математики достигло таких значительных высот, что ни о какой новизне в математических построениях Шпинадель–Газале в части квадратичных форм говорить не приходится. Покажем это.

Рассмотрим пару взаимосвязанных линейных уравнений второго порядка общего вида: алгебраического и разностного (возвратного) с дискретным временем n:

$$x^2 = px + q\,, \tag{1}$$

$$x_{2+n} = px_{1+n} + qx_n\,. \tag{2}$$

Некоторые авторы до сих пор усердствуют, переводя друг в друга две адекватные формы, подобные уравнениям (1) и (2). Так, в [10] отмечается: в работе /13/[6] показано, что рекуррентное соотношение (2) приводит к алгебраическому уравнению (1).

---

[5] *Cook Theodore Andrea*. The Curves of Life. – Courier Dover Publications, 1914. – 420 p.

[6] Стахов А.П. Формулы Газале, новый класс гиперболических функций Фибоначчи и Люка и усовершенствованный метод "золотой" криптографии // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.14098, 21.12.2006. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321063.htm.

Но здесь не нужно ничего доказывать. Это давно известно из теории линейных разностных уравнений произвольного порядка с постоянными коэффициентами [11, с. 329–347]. Верхние степени просто "сносятся вниз" $x^k \Rightarrow x_{k+n}$ к дискретному времени n (с сохранением коэффициентов) и всё!

Конечно, никому не возбраняется поупражняться и самому. Только без ложной патетики о значимости собственных доказательств.

Аналитическое решение разностного уравнения (2) имеет вид [12]:

$$x_n = x_0\lambda_1^n + \frac{\lambda_1^n - \lambda_2^n}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(x_1 - x_0\lambda_1\right), \tag{3}$$

где $\dfrac{\lambda_1^n - \lambda_2^n}{\lambda_1 - \lambda_2} = \lambda_1^{n-1} + \ldots + \lambda_1^{n-1-j}\lambda_2^j + \ldots + \lambda_2^{n-1}$ – сумма геометрической прогрессии;
$\lambda_{1,2} = \dfrac{p \pm \sqrt{p^2 + 4q}}{2}$ – корни уравнения (1); $\left(x_0, x_1\right)$ – заданные начальные условия (НУ).

Это наиболее общее решение в явном виде, которое записано для произвольных коэффициентов $\left(p, q\right)$ и любых НУ $\left(x_0, x_1\right)$, не равных одновременно нулю.

Оно легко трансформируется в непрерывный аналог с формальной заменой дискретного времени n: $x_n \Rightarrow x(t)$.

Вследствие возведения в степень отрицательного корня λ_2, функция $x(t)$ – комплексная, которая при целочисленных значениях аргумента принимает вещественные значения. Это послужило в свое время основанием для введения так называемых гиперболических функций Фибоначчи-Люка (ГФЛ) [13], играющих роль ограничительных линий, между которыми изменяется реальная часть комплексных значений $x(t)$.

Но эти функции теряют органически-преемственную связь с уравнением (1) уже при $q > 1$, что свидетельствует о противоестественном характере их введения, узости и функциональной непригодности в теории и практике.

В квадратном уравнении корней всего два, они вещественные и функционально связанные, поэтому соотношение (3) допускает упрощенную модификацию через один положительный корень $\lambda = \lambda_1$

$$x_n = x_0\lambda^n + \frac{\lambda^n - (-q)^n\lambda^{-n}}{\sqrt{p^2 + 4q}}\left(x_1 - x_0\lambda\right). \tag{4}$$

Пара вещественных функций, задающих коридор изменчивости комплексной функции $x(t)$, выражаются с учетом знакопеременного модуля $\pm\left|\lambda^{-t}\right|$ (рис. 1):

$$\begin{pmatrix} c(t) \\ s(t) \end{pmatrix} = x_0\lambda^t + \frac{\lambda^t \pm (-q)^t\left|\lambda^{-t}\right|}{\sqrt{p^2 + 4q}}\left(x_1 - x_0\lambda\right). \tag{5}$$

Итак, гиперболические формы обобщенной функции Фибоначчи $x(t)$ налицо (рис. 1).

Они обусловлены свойствами и природой геометрических прогрессий. Прекрасно характеризуются и аналитически описываются коридором вариабельности. Но никакой связи с [13] уже не имеют, ибо ГФЛ оторваны от реалий и работают лишь в мизерном диапазоне вариации переменных, в виду искусственного характера своего введения чисто по визуально-формальному написанию и внешней похожести на настоящие гиперболические функции.

Они не отвечают принципу достаточного основания, и их участь – бритва Оккама.

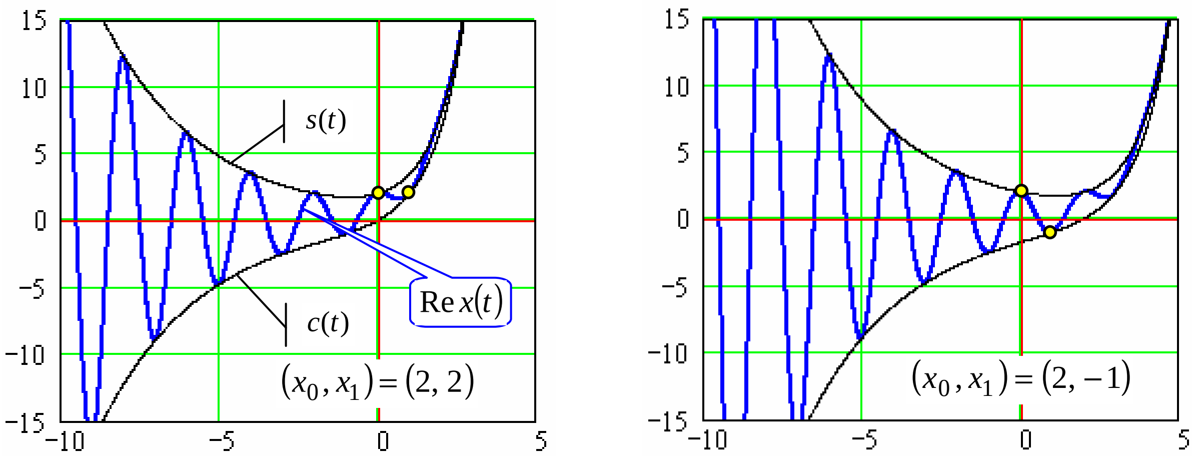

Рис. 1. Обобщенная функция Фибоначчи $x(t)$ с разными начальми условиями и своими огибающими линиями $c(t)$ и $s(t)$: $p = q = 2$; $\lambda = 1 + \sqrt{3}$

А теперь проанализируем главные положения по квадратичной зависимости в работах Шпинадель–Газале с учетом ранее звучащих комментариев.

И есть ли у них отчетливые признаки новизны?

а) Татаренко говорит об инвариантности коэффициента $p = \lambda - \lambda^{-1}$ (в оригинале m) и генерировании пар взаимно обратимых чисел.

В комментариях [14] отмечается, что эту формулу открыл Газале [15, с. 61]. – Весьма слабое и неаргументированное утверждение. Конечно, это не так. Сама формула записана чисто механистически. Да и не солидно называть новым достижением элементарнейшее нахождение из уравнения (1) коэффициента p (после подстановки корня λ вместо переменной x): $\lambda^2 - p\lambda - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad p = \lambda - \lambda^{-1}$. Такие записи фигурируют во многих учебниках и задачниках по элементарной математике.

Там же в комментариях [14], а также в [16] со ссылкой на В.Шпинадель, главной отличительной особенностью ЗС отмечается мультипликативное свойство $\Phi^n = \Phi \cdot \Phi^{n-1}$. Но это тривиальное тождество степеней справедливо для любого вещественного числа и не отражает отдельно взятую уникальность ЗС. Это можно увидеть и в монографии [27, с. 4].

б) Кого-то приводят в магический трепет бесконечные радикалы или цепные дроби. Шпинадель–Газале также их выписывают с особым вдохновением. Хотя и невооруженным глазом видно, что здесь присутствует элементарнейшая рекурсия.

Разложение корня λ в цепную (непрерывную) дробь, равно как и разложение в радикал-рекурсию, самым тривиальным образом и без каких-либо умственных усилий записывается непосредственно из самого уравнения $\lambda^2 = p\lambda + q$ путем его многократного повторения:

$$\lambda = p + \frac{q}{\lambda} = p + \cfrac{q}{p + \cfrac{q}{\lambda}} \approx p + \cfrac{q}{p + \cfrac{q}{p + \cfrac{q}{p + \ldots}}},$$

$$\lambda = \sqrt{q + p\lambda} = \sqrt{q + p\sqrt{q + p\lambda}} \approx \sqrt{q + p\sqrt{q + p\sqrt{q + \ldots}}} \;.$$

Понятно, что равенство $p = q = 1$ соответствует ЗС, для которого подобные записи состоят из одних единиц.

в) С особым чувством выводится также закономерность, когда рекуррентная числовая последовательность (2) замечательным образом стремится к своему аттрактору (максимальному действительному корню)

$$\lim_{n \to \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} = \lambda .$$

Но дело в том, что это свойство известно еще со времен Даниила Бернулли, когда он в своей работе «Замечания о рекуррентных последовательностях» (1732) изложил рекуррентный метод решения алгебраических уравнений.

Эти закономерности и соответствующие теоремы разного времени подробно освещены также А.Гельфондом [11, с. 347–348] не только для квадратного, но и любого алгебраического уравнения.

Нам же все равно настойчиво продолжают внушать мысли, что «первой к этому математическому результату <обобщению ЗС> пришла Вера Шпинадель, которая назвала полученные ею пропорции, возникающие при решении простейшего квадратного уравнения, металлическими» [17].

Но и здесь, на наш взгляд, наличествуют явные нестыковки:

– ЗС – это число, а в математике константы не обобщаются, и как только мы произносим "обобщение ЗС", то идет подмена понятий и дискредитация оснований теории ЗС и учения о гармонии;

– конкретный математический результат отсутствует;

– произвольная "металлизация" в названии корней, которым более 2 000 лет, никак не связанная со структурой уравнений, не является необходимым и достаточным условием первенства, и в среде математиков абсолютно не воспринимается.

Действительно, автор статей [18, 19]:

– приводит доказательство сходимости рекуррентной последовательности к максимальному корню квадратного уравнения, что известно около 280 лет из теоремы Д. Бернулли;

– дает характерные разложения в цепные дроби, которые очевидным образом следуют из записи самого уравнения;

– вводит множество "металлизированных" названий для бесконечного счетного множества (ряда) классификационных объектов.

Последнее квалифицируется нами как попытка их внедрения в один синонимический ряд с золотой пропорцией, оставляя её главенство, что ничего кроме путаницы с собой не несет. И как бы мы их не называли, суть не меняется. Они остаются обычными корнями квадратного уравнения.

«Удивительные математические свойства "металлических пропорций"» – это рекурсивные свойства квадратных уравнений общего вида, которые элементарно получаются из самого уравнения.

Таким образом, здесь нет новых соотношений или наработок в области ЗС либо квадратного уравнения. Идет обычный, но небезынтересный пересказ давно известных математических положений, на уровне справочника или учебника.

Да и сам автор, судя по его статьям, не видит в этом никакой заслуги со своей стороны, а лишь возможные элементы применения, как правило, в связи с заявкой на какое-либо приложение: дизайн, спектры, симметрия и др.

Так что никакого математического открытия, обладающего элементарными признаками новизны, мы не находим.

Поэтому высокопарные слова уходят, и могут остаться только смыслы.

Но в том-то и дело, что в математическом аспекте смыслов тоже особо нет.

Но есть профессиональный учебно-образовательный пересказ.

Вот так, вольно или невольно, но многих ввели в заблуждение оригинальностью результата.

Среди упомянутых авторов нет первых или вторых в части приоритета.

Все изложенные ими математические сведения представляются дубликатами-копиями давно знакомых математических истин.

Возможным исключением (на момент его изложения) может служить разве что запись аналитической формулы (3) в работе [15] для частного случая $q=1$ и фиксированных начальных условий $(x_0, x_1)=(0,1)$.

И такую элементарную математику, только на том основании, что кто-то раньше другого записал известную много десятилетий форму, нам хотят противопоставить действительно выстраданной философии А.Татаренко.

Или называют ЗС «наиболее иррациональным числом среди всех иррациональных» [14, комментарии]. Может, в этом новизна? – Но еще русский математик Н.Воробьев отмечал, что «в отношении ошибок при приближенном вычислении иррациональных чисел с помощью подходящих дробей и их разложений в непрерывные дроби число Ф представляет собой наихудший случай» [20, с. 86].

Так что, если и отличились, то в основном металлическим названием, которое никак не ассоциируется с корнями квадратного уравнения.

Ну, абсолютно никак!

Особенности национальной терминологии.

Словосочетание "металлические пропорции" появилось сравнительно недавно как весьма произвольная форма, которую можно встретить буквально в считанных работах.

Она призвана отразить идеологию ЗС на уровне квадратного уравнения (1) и своим происхождением уходит в английский, как альтернатива Tm-гармонии Татаренко.

Однако наши поиски оригиналов по ссылкам, где можно было бы проследить процесс данного словообразования, не увенчались успехом.

Такой идиомы в английском языке практически нет! А если и встречается в похожих транскрипциях, то исключительно в связи с процентным отношением разных металлических компонент в сплавах или композиционных материалах.

Тогда мы попробовали промоделировать ситуацию от обратного, начиная с тематики золотого сечения. Поскольку подбор нужных литературных источников – процесс трудоёмкий, то решили воспользоваться английским вариантами Википедии [21]:

> The golden ratio is an irrational mathematical constant, approximately 1,618. Other names frequently used for the golden ratio are the golden section and *golden mean*[7]. Other terms encountered include extreme and mean ratio, medial section, divine proportion[8], divine section, golden proportion, golden cut, golden number, and mean of Phidias[9].

Примерный перевод, приближенный к русскому языку:

---

[7] *Mario Livio*. The Golden Ratio: The Story of Phi, the World's Most Astonishing Number. – New York: Broadway Books, 2002. – 294 p.

[8] *Pacioli Luca*. De divina proportione. – Luca Paganinem de Paganinus de Brescia, 1509, Venice.

[9] *Lidwell W.*, *Holden K.*, *Butler J.* Universal Principles of Design: A Cross-Disciplinary Reference. – Gloucester MA: Rockport Publishers, 2003.

> Золотое отношение – иррациональная математическая константа, приблизительно равная 1,618. Другие часто используемые наименования для золотого отношения – золотое сечение и *золотое среднее*. Прочие встречающие термины: деление в крайнем и среднем[10], среднее сечение, божественная пропорция, божественное сечение, золотая пропорция, золотой разрез, золотое число и среднее Фидия.

Понятно, здесь могут быть те или иные лексические формы-отклонения.

Но главное видно: есть золотое среднее (*golden mean*) и золотая пропорция (*golden proportion*) как равенство отношений числовых величин.

Причем золотое среднее (*golden mean*) образуется по аналогии с широко известными математическими средними величинами: геометрическое (*geometric mean*), арифметическое (*arithmetic mean*), гармоническое (*harmonic mean*).

Как бы там ни было, но в работах [18, 19] продолжается именно этот функциональный ряд с использованием записи-идиомы: "metallic means" – "металлические средние", начиная с "golden mean".

Но вот чего в этой терминологии нет, так это пропорции (proportion). Оно и понятно.

Автор не рассматривает равенство отношений (в той же алгебраической геометрии), а исследует только фиксированные числа. Именно поэтому мы видим числовой и стилистический ряд: golden mean – silver mean – ... – metallic means.

И если для ЗС с единичными коэффициентами $p = q = 1$ понятия золотого среднего и золотой пропорции почти идентичны, и с ними более или менее ясно, то с остальными в общем случае возникают серьёзные затруднения в их однозначной идентификации.

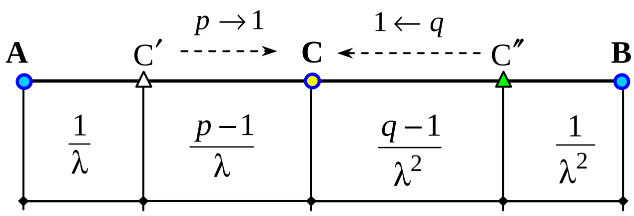

Рис. 2. Деление отрезка AB в пропорции, обусловленной квадратным уравнением (1)

Например [22][11] (рис. 2): $\boldsymbol{q \geq 1, p = 1}$: ц е л о е так относится к его бóльшей части, как последняя относится к меньшей части, уменьшенной в q раз, или как увеличенная в q раз бóльшая часть относится к меньшей;

$\boldsymbol{p \geq 1, q = 1}$: ц е л о е так относится к уменьшенной в p раз его большей части, как последняя относится к меньшей части, или как бóльший компонент относится к меньшему, увеличенному в p раз.

Таким образом, в англоязычной литературе мы не находим "металлических пропорций". Русскоязычные ученые самостоятельно такую идиому также не вводили.

Она никем и нигде не обсуждалась, и её применимость научно не обоснована.

Итак, методом неформальной логики в исследовании аргументации мы приходим со всей очевидностью к заключению, что термин "металлические пропорции" в математических дисциплинах отсутствует. И дело не в переводе. Будучи построенным на смешении разных понятий, этот термин не допускает однозначную идентификацию в рамках стандарта ИСО 704:2000 [23]. Поэтому его употребление некорректно, и он может быть совершенно безболезненно удалён из русской речи.

И остаются Tm-гармонии (Tm-harmonies) Татаренко, которые при желании могут использоваться для описания множества корней квадратного уравнения вида $x^2 = mx + 1$.

Нельзя объять необъятное. Но из Tm-системы ($m = 1, 2, 3 \ldots$) хорошо видно, что в пропорции ЗС не одиноко, а разных видов пропорции существует великое множество.

---

[10] *Начала Евклида*. Книги I–VI: Пер. с греч. и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского. – М.–Л.: ГИТТЛ, 1948. – 448 с. /книга 6, определение 3, с. 173/.

[11] Позже автор признал ошибочность понятия «обобщенных золотых сечений», поскольку ЗС – фундаментальная математическая константа, а константы не обобщаются по определению.

Причем многим из них можно дать приемлемое геометрическое толкование.

Особенно это хорошо просматривается на квадратичных решениях, где воочию видна ключевая связка «гармония – гармоники» без каких-либо металлических наслоений.

Предпоследние штрихи.

Нас хотят убедить в том, что «никакие Тm-гармонии Татаренко ... не превзойдут классическую золотую пропорцию, которая по совокупности своих математических свойств всегда останется "уникальной и неповторимой"».

Но позвольте! ЗС входит в состав параметров Тm-гармонии. Уже поэтому они по уровню охвата не ниже самого ЗС. То есть «все Тm–гармонии, включая и гармонию "золотого сечения", являются совершенно равноправными. Их отличает только формальный математический признак – основание» [24].

С другой стороны, доказано [25], что «у числа золотой пропорции нет ни одного свойства, которое не вытекало бы из квадратного уравнения общего вида».

Да и не это главное в Тm-системе Татаренко. Его основной лейтмотив – это новое философско-методологическое видение математических оснований гармонии.

Например, до этого были известны p- и s-коды. Но для них в общем случае можно было записать только алгебраическое уравнение, которое для степени, выше четвертой, не имеет аналитического решения.

То есть они как бы есть, но их вроде и нет. – Корни в явном виде не записываются.

Меры (числа) Тm-гармоник имеют совершенный вид и аналитические значения с точностью до радикалов. Кроме того, в контексте Тm-гармонии, Тm-гармоники более адекватно отражают смысл последовательности (множества) корней за счет разных значений коэффициента m, нежели отдельные слова для каждого m (медная, никелевая, алюминиевая и т.д. со всем словарным запасом языка).

Это следует из самого названия Тm-системы: T_2-гармоника, T_{100}-гармоника и т.п.

Обратим внимание также на ключевые слова-образы Татаренко [3–5]:

– Тm-принцип, как всемирный закон гармонии;
– на пороге полигармонии мира или Тm–структурогенез мира.

Да, в своих наблюдениях он, скорее мечтатель, чем математик.

Здесь явно проступает присутствие пифагорейских мотивов о значимости чисел в гармонии мироздании. Именно с этими мерками и нужно подходить к философии и идейным построениям Татаренко. "Золотоискатели", погруженные в арифметику и геометрию своего фетиша – золотого сечения, просто были не в состоянии разглядеть признаки новой парадигмы в математико-философском осмыслении гармонии. Золотое сечение в буквальном смысле "затуманивало очи", а иным и разум, чтобы понять полет мысли и душу русского изобретателя, исследователя и немного мечтателя.

Следуя нетрадиционной научной градации знаменитого математика Дайсона[12] [26], они все оказались учеными-лягушками, а Татаренко – птицей.

Воистину, рожденный прыгать, летать не может.

Единственная его погрешность: заложив фундаментальные *смыслы*, он не смог в силу физического состояния *позаботиться о словах*.

---

[12] «Бывают учёные-птицы, а бывают и учёные-лягушки. Птицы парят в вышине и обозревают обширные пространства математики, сколько видит глаз. Наслаждение им доставляют понятия, которые сводят наши размышления воедино и совместно рассматривают задачи, возникающие в разнообразных элементах пейзажа. Лягушки же копошатся далеко внизу в грязи и видят только растущие поблизости цветы. Для них наслаждение – внимательно разглядывать конкретные объекты; задачи они решают последовательно, одну за другой». – Совсем свежую интернет-ссылку на статью Дайсона нам любезно прислал Ю.Б. Даноян (США) в августе 2010 г.

Выводы:

За А.Татаренко бесспорно сохраняется имидж славянского ученого, который *обозначил новый вектор и дал альтернативу в исследовании гармонии*, по сути, выведя ее из гипнотического состояния за пределы узких рамок ЗС и поставив на новые рельсы квадратичных решений *Tm*-гармоник.

В определенном смысле он *стал одним из первых основателей (родоначальников) математических начал гармонии*, "возмутителем спокойствия и катализатором" новой научной мысли в этой сфере, когда при всей своей уникальности золотое сечение оказалось "одним из многих", хоть и первым в этом ряду.

На стыке второго и третьего тысячелетий все были поглощены "золотодобычей" в виде распространения свойств ЗС на всевозможные объекты природы.

А.Татаренко первый, во всяком случае, из славян, кто обратил внимание на узость золотого сечения в гармонии и необходимость более широкого исследования пропорции, для начала на примере квадратичных закономерностей, которые сами по себе достаточно основательны и важны при описании процессов и явлений в мироздании.

И нам остается только еще раз акцентировать внимание научной общественности на философском осмыслении понятия гармоник А.Татаренко, как альтернативе ЗС, без какой-либо математической напыщенности, ибо здесь она абсолютно не причем, и известна еще с древних времен вавилонской клинописи[13].

Не менее важным лейтмотивом является проведение неуклонной линии о преемственности русских научных традиций, дабы защищать интеллектуальное достояние наших ученых, включая вопросы приоритета идей, терминологии и др.

Послесловие.

Эта статья, наконец, может поставить точку на затянувшемся споре.

Да, пусть Tm-гармония – не открытие, а только подход или идея нового понимания в методологии и философии. Но это, в любом случае, серьезный вклад в развитие гармонии с её вырыванием из "золотых оков", как единственного основания.

Ставится точка и на той "золотоносности", которую сегодня проповедуют ортодоксы-золотоискатели, и на их односторонней направленности в "золото и сакральность", ведущей гармонию в тупик терминологии и подходов в развитии.

Математическая теория гармонии выходит на новые рубежи, а именно на прочный союз с большой математикой и другими науками во всем их многообразии, без излишнего зацикливания на "золоте".

Симптомы золотой лихорадки уходят в небытие и, возможно, навсегда.

Мы наконец-то осознали, о чем нам много лет говорил Татаренко.

Оказывается, есть и другие пути развития гармонии.

Нужно изменять понимание и отказаться от заскорузлых схем и стереотипов.

Идеи Татаренко поднимают теорию гармонии на новый качественный уровень и просторы новых обобщений.

Расширяя понимание его мыслей, мы, по сути, выходим на создание базиса и предпосылок для развития теории гармонии с новой парадигмой "идеала–гармонии".

А что касается искусственной подмены понятий, то мы не должны принимать какие-то отвлеченные "металлопропорции", если речь идет об обычных квадратных уравнениях с вполне очевидным словообразующим началом, что приводит, например, к понятному

---

[13] «За три тысячелетия до новой эры вавилоняне умели решать квадратные уравнения и знали теорему, которую сегодня совершенно необоснованно мы называем теоремой Пифагора» (с. 8). – Фрейденталь Г. Математика в науке и кругом нас: Пер. с нем. – М.: Мир, 1977. – 261 с.

термину «квадратичных пропорций» – пропорций, основанных на решении квадратных уравнений.

Идея квадратичных отношений в гармонии – и есть одно из первых обобщений, вытекающих из Tm-системы Татаренко.

Дело в смыслах, а не в названиях (см. эпиграф). Но если все-таки доводится выбирать приемлемые терминологические линии между условно "металлическим скрежетом" и числовыми образами Tm-гармонии, то мы выбираем второе.

Именно идея и сама словесная идиома Tm-гармонии как нельзя лучше подходит для расширения математических основ гармонии.

Там металл, а здесь Tm-гармония как превосходный фон-контраст, на котором можно рисовать достойные полотна общего учения о гармонии.

В 1992 году группу ученых из стран Европы славянского ареала, весьма плодотворно работающих в области ЗС, очень образно и точно назвали «Славянской золотой группой».

В настоящее время похожая обновленная "славянская группа" вполне может стать лидером в развитии теории гармонии, в том числе на основе идей И.Шевелева, В.Марутаева, А.Татаренко и др. как надежных точек отсчета (опоры) на этом новом пути.

И дело совсем не в этнической или национальной принадлежности или дискриминации. Здесь есть общность языка, полное понимание внутренних смыслов, единство мышления, которое неизбежно пропадает при любых переводах в другие языковые среды. Надо использовать эту естественную возможность быстрого освоения нового философского пространства. Потом, когда идея станет известна всем и будет понята в полном объеме, сделать это будет уже значительно сложнее.

ПРИЛОЖЕНИЕ:

История, события, факты.

Разговор о результатах исследований А.Татаренко начался достаточно давно. – С подготовки конференции[14] (Винница, 2003), где он делал свой доклад.

Были числа, были и формулы, но тогда многие ничего не поняли. Вежливо послушали, разъехались … и забыли. И Александр Анисимович уехал оттуда раздосадованный и разочарованный. Оно и понятно, маловероятно стать очевидцем рождения открытия, и тем более ждать чего-то необыкновенного от пожилого человека, ничем особо не примечательного и, кажется, не очень компетентного в рассматриваемой области математики. Особенно, на фоне ярких научных докладов с результатами достижений разных специалистов в области золотого сечения.

Да и конференция задумывалась своеобразным гимном и широкоформатной диорамой ЗС. Поэтому всё, что шло в разрез с этой генеральной линией, воспринималось весьма настороженно и с чувством тенденциозного отношения.

Но нужно быть толерантным и не забывать, что А.Татаренко начал ранжировать свои числа еще лет тридцать назад, как фактические знаки (символы) нового понимания теории гармонии, на основе простых формул обычного квадратного уравнения.

Потом пришла старость, частичная потеря слуха, а с ними и косноязычие.

Он пытался всё вспомнить и слаженно изложить, но ... остались только обрывочные фрагменты.

У него была своё понимание стройности математических азов гармонии, где первым было число $1+\sqrt{2} \approx 2.414$, а не золотое сечение.

Но со временем многое забылось, записи утерялись, а то, что осталось, – крохи.

---

[14] Междунар. конф. «Проблемы гармонии, симметрии и золотого сечения в природе, науке и искусстве», Винница, 22–25 октября 2003 г.

И уже по этим крупицам потом появилась его статьи [3, 4] на представительном форуме Академии Тринитаризма (АТ).

Та же формула, те же числа…

Но одновременно предстала возможность проанализировать и попытаться понять, что же, все-таки, пытается донести до нас автор? – Вчитываемся в немного сбивчивые строки статьи, и наконец-то проступают контуры чего-то очень важного, значимого, пока еще не до конца понятного, но ... с претензией-заявкой на открытие.

С этого момента начинаются выяснения, проверки, взвешивания аргументов "за" и "против". Сначала в частной переписке. Но очень скоро они переросли в настоящий спор, который разгорелся и выплеснулся на страницы АТ.

Дискуссия шла о признаках новизны и приоритете, о числах и формулах.

Она задела несколько сторон, каждая из которых отстаивала своё мнение, приводила доводы, пока, наконец, не пришли к хрупкому, но согласию[15] на тот момент.

Да, миролюбивые отношения оказались хоть и компромиссными, но зыбкими …

И все же, полемика сдвинула понимание и общественное мнение от реакции "какая чушь!" к осторожной оценке – "в этом что-то есть…".

Числа стали именовать именами Шпинадель–Газале–Татаренко. Признали, что основная формула написана всеми авторами независимо, примерно в одно и то же время, и потому какой-никакой, а приоритет за А.Татаренко все же имеется…

Но, как говорится, не вышел фигурой. – Ну, не смотрится одиночка-любитель в окружении профессионалов, и всё тут.

Те и формулу создали, и числа рассчитали, и другие достижения у них имеются, а кто такой А.Татаренко? – Нет у него чего-то такого, что составило бы достойную оправу его почти случайной находке. И его фамилия опять быстро уходит из названия чисел, формулы и даже основной идеи. Его вспоминают уже больше с легким сарказмом, чем с уважением.

И тогда полемика разгорелась с новой силой.

О накале страстей можно судить по статье [7]. Но только через два года приходит долгожданная правомерная оценка [10]:

«И если учесть, что Татаренко доложил о своем научном открытии в 1995 году, то есть раньше публикации работ Шпинадель, Газале и Капраффа, то **мы должны признать приоритет российского ученого Александра Татаренко в открытии нового класса математических констант**. И если еще в 2005 г. цитированное выше высказывание Александра Татаренко вызывало у меня раздражение, то сейчас ... мне не остается ничего другого, как снять шляпу перед Александром Татаренко, который не только сделал выдающееся математическое открытие, но и осознал его значение для будущего развития науки».

Кажется, всё. Признание. И даже оценочная характеристика, как открытия.

Но было ли открытие?

По современным канонам *открытие* – это новое достижение, совершаемое в процессе научного познания природы и общества. Открытием признается установление и доказательство неизвестных ранее объективно существующих закономерностей (законов), свойств или явлений материального мира, не выводимых как следствие из существующих знаний и вносящих коренные изменения в уровень познания.

Не относят к открытиям научные теории и гипотезы, а также результаты, уточняющие известные научные положения.

Открытие должно быть новым.

---

[15] Предложение к завершению спора о приоритете. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02320003.htm.

Но о каком конкретно открытии можно говорить в нашем случае, особенно в части числовых констант, известных два тысячелетия? Поэтому выделять эфемерный «приоритет Александра Татаренко в открытии новых математических констант Природы» [10] – значит, де-факто снова нивелировать его роль, поскольку данная словесная форма работает не столько на имидж, сколько во вред и против автора [6]:

– константы вовсе не новые, им столько же лет, сколько квадратному уравнению и иррациональным числам;

– сами по себе числа с упоминаемыми радикалами не являются открытием;

– данные математические константы к природе имеют весьма отдаленное отношение, поскольку это абстракции, хотя теоретически они могут моделировать отдельные природные процессы или явления.

Следовательно, говорить о математическом открытии А.Татаренко – нарочито делать ему медвежью услугу, поскольку ни открытия в области математики, ни самой математики у него нет. Никакая академическая структура это никогда не зафиксирует, и подобный пафос ему только вредит [6].

Жизнь идет своим чередом.

Ну, хорошо, с открытием несколько поторопились, во всяком случае, в математике. Зато было авторитетное положительное мнение [10]. А это тоже много стоит.

Но как говорится, скоро сказка сказывается, да не скоро дело делается…

Автор упомянутой цитаты продолжает публиковать статьи в иностранных научных журналах, но ссылок на А.Татаренко там – нет. Не нашлось места для него и в обширной монографии [27]. Зато, опять мы видим Шпинадель (с. 227–232) и Газале (с. 232–237).

Это и есть момент истины. Всё, что говорилось раньше можно забыть, а в силу вступает знакомая схема деления по принципу "своих и чужих".

А значит, приоритет снова и снова отдается иностранцам.

В российских публикациях фамилия нашего соотечественника еще иногда появляется, но уже весьма осторожно и далеко не всегда, когда это необходимо с точки зрения научной этики.

Прямое показывание на явное противоречие, когда «признаем, что А.Татаренко сделал открытие, а продолжаем рассуждать о металлических пропорциях» [24], осталось тщетным призывом и единственным «гласом вопиющего в пустыне»[16].

А другие признаки открытия или новизны?

Надо честно признать, что ни у одной из сторон на этот счет не было правильного понимания. Вероятно, тогда не нашлось нужных слов и правильных мыслей.

Весь разговор вращался главным образом в математической плоскости. Кто, что и когда сформулировал, рассчитал или опубликовал?

Но возможны и другие элементы новых знаний...

Так есть признаки новизны или нет? И, в чём она состоит эта новизна?

Давайте вспомним ход рассуждений.

Почти одновременно одно и то же соотношение всплывает у трёх исследователей: В.Шпинадель, М.Газале и А.Татаренко.

В разных вариациях они записывают одинаковую формулу: $Tm = \left(m \pm \sqrt{m^2+4}\right)\Big/2$, m = 1, 2, 3 …, получая соответствующие пары чисел:

---

[16] Библия. Ветхий Завет. Книга пророка Исайи, гл. 40, ст. 3.

(1,618 – 0,618);   (2,414 – 0,414);   (3,302 – 0,302)   и т.д.

В.Шпинадель вводит эти числа в состав семейства "металлических пропорций", М.Газале называет их "затравочными числами", А.Татаренко – "Tm–гармониями".

Вокруг этой незамысловатой формулы, известной со школьной скамьи, и этих чисел тогда и закрутился весь "сыр-бор". Числа, действительно, интересные, но вот зависимость, увы, новизной никак не блещет.

Да и неловко как-то называть открытием формулу (для определения корней квадратного уравнения), известную еще со времен Вавилонского царства.

> Решение квадратных уравнений [28, с. 42–46] восходит к заложенной шумерами культуре древнего Двуречья (р. Тигр и р. Евфрат), которая исторически называется вавилонской по имени одного из крупнейших городов этой области.
>
> Человек той эпохи еще не знал отрицательных чисел и естественно рассматривал только положительные корни. В клинописных текстах квадратные уравнения обычно исследовались в форме $ax^2 – bx = c$ или $x^2 – px = q$.

Тем не менее, обсуждение приоритета было достаточно острым, скорее всего, вследствие простоты объекта и его понятного восприятия многими участниками.

Понятно, что сама формула и время её применения этими исследователями имело значение лишь в связке с получаемыми числами.

Только числа давали определенное направление аргументации. Вернее, названия, которые им придумали авторы. Именно наименования определяют принадлежность этих констант к той или иной категории.

Если есть "золотая" пропорция, то пусть будет "серебряная" и "бронзовая". Потом возникли еще группы "железных" и "никелевых" пропорций, которые к этим числам уже вообще никакого отношения не имеют. Вот все эти, в общем-то, разноплановые пропорции и были объедены в группу "металлических".

«Металлические пропорции» В.Шпинадель во всех разъяснениях претендуют только на расширении математики золотого сечения. Эту, уже огромную группу «металлических пропорций», освещают в разных странах. В рамках все той же математики ЗС. Никаких других назначений для этих чисел В.Шпинадель не искала, и искать не собиралась.

Для М.Газале и формула, и числа были чисто "проходными". Да, есть, да – интересные, но в квадратном уравнении присутствуют еще коэффициенты, и все внимание туда. А эти, ну, есть и есть.

Формула и числа...

Профессиональные математики В.Шпинадель и М.Газале их опубликовали, дали свои имена. В.Шпинадель с докладом о «металлических пропорциях» выступала на разных форумах. Её термин "засвечивается" на международном уровне.

И как бы первооткрыватель известен.

Причем, теперь А.Татаренко? И почему у кого-то появилось желание – с уважением "снять шляпу…"?

Мы начнем с того же математического и методологического аспекта, в рамках которого и происходил спор о признании открытия.

Отвлечемся от конкретики и задумаемся, в чем же собственно состоит идея Татаренко? Без вселенского масштаба, без патетики, чисто методологически.

Если формально, то им вводится понятие – математическая гармония. И чисто математический класс чисел с определенными подобными свойствами. Теперь на каждом числе можно возвести здание каких-то свойств математической гармонии.

Чисел много. Первые два (Ф и 2,414) уже определены как основания гармонии.

Смысл величины Ф давно известен, и в его некоторых приложениях действительно находим нечто гармоничное. Второе число, на которое указывает А.Татаренко, пока мало распространено, и его еще предстоит осмыслить.

Если принять это, как основу, то число Ф надо двигать с высокого пьедестала на более низкую ступень относительно его сегодняшнего статуса.

Гармония тут теряет статус философского понятия и становится математическим объектом, ограниченным рамками применения. Та гармония осталась, но теперь мы уже рассматриваем с разных математических сторон только её части или составляющие.

Золотая пропорция не одинока.

А.Татаренко указывает, что гармония не может строиться исключительно на одном числе, а «многовековая научная парадигма уникальности ЗС в части его инвариантности Ф – 1/Ф = 1 является фундаментальной ошибкой» [4].

Гармония полигармонична.

Есть еще одно число, за ним ещё одно... Необходимо как-то легитимировать статус этих чисел. – Например, в виде оснований математической гармонии. Так мы подходим к математическим аспектам гармонии, построенной без оглядки на ЗС. Увидеть этот факт было очень непросто. По крайней мере, В.Шпинадель такого сделать не смогла.

Только перед таким пониманием полученных чисел можно "снять шляпу", осознав важность полученного результата исследований А.Татаренко. Оказывается «существует не только "золотая пропорция", но и бесконечное число подобных констант, обладающих "уникальными и неповторимыми" математическими свойствами...» [10].

Это существенный момент.

Можно констатировать, что даже в узко-методологическом смысле важность результатов А.Татаренко понята известным специалистом в области ЗС и оценена по достоинству. А признания … всё нет.

Боле того, приведенные выше откровения теперь забыты [29].

Вместо них новые мнения с противоположным звучанием [17]:

«Никто никогда не умалял роль исследований Александра Татаренко в развитие теории чисел Фибоначчи и золотого сечения. Он предложил оригинальное обобщение "золотой пропорции", названное им Tm-гармониями. Объективный анализ его работ ... показал, что первой к этому математическому результату пришла Вера Шпинадель, которая назвала полученные ею пропорции, возникающие при решении простейшего квадратного уравнения, металлическими пропорциями. Это название прижилось в научной литературе и нет никакой необходимости его изменять в угоду вкусам или предпочтениям того или иного исследователя».

Так что «вместо красивых *Т-гармоник* мы по-прежнему слышим режущий скрежет металла» [6].

Почему? – Золотая пропорция, как составная часть тысячелетней культуры, так или иначе, но уже давно завоевала своё место под солнцем. Велика для многих и магия золотой пропорции, перешагнуть за пределы которой многим оказывается очень непросто. Не мог это сразу сделать и сам А.Татаренко. Налет "позолоты" до сих пор присутствует в его работах. И даже Tm–гармонии он именовал золотыми.

Но это не столь важно. Просто он не удержался от массового психоза-соблазна и "позолотил" свои гармоники, прицепив к ним рудимент в виде терминологического соскоба с ЗС, что впрочем, нисколько не мешает с достоинством и по настоящему оценить его пионерную роль в развитии науки о пропорции и гармонии [6].

С другой стороны, он четко фиксирует: «Ведущие ученые – корифеи в области науки о Гармонии И.Ш.Шевелев, И.П.Шмелев /5/ и А.П.Стахов /6/ безоговорочно признали новизну и неожиданность для них факта получения формулы, генерирующей бесконечную последовательность золотых Tm-гармоний, при этом упорно оставаясь непоколебимыми ортодоксами классической золотой пропорции Ф» [3].

Хотя, постепенно, по мере осознания широты понимания собственной находки его терминология немного меняется. И все же…

Оказывается, надо порвать путы "золота" в гармонии, чтобы вырваться на новый уровень осмысления. Но сделать это, ох, как трудно.

Поэтому, принимая идею А.Татаренко, следует исходить не из позолоты в названии, а базироваться уже на другом основании.

На множественности математических гармоний в понимании общей гармонии мира, где каждая частица – математическая гармония, несет, как общие качества в копилку этой гармонии, так и свои индивидуальные свойства.

Из золотых оков – к полигармонии.

Литература:

1. *Бирих А.К.* Русская фразеология: историко-этимологический словарь: 3-е изд., испр. и доп. – М.: Астрель, АСТ, Люкс, 2005. – 926 с.
2. *Арнольд В.И.* Цепные дроби. – М.:МЦНМО, 2000. – 40 с.
3. *Татаренко А.А.* "Tm-принцип" – всемирный закон гармонии // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.12575, 10.11.2005. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02320002.htm.
4. *Татаренко А.А.* На пороге первого тысячелетия эры полигармонии Мира // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.12658, 04.12.2005. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02320005.htm.
5. *Татаренко А.А.* Золотые Tm–гармонии и Dm–фракталы – суть солитоно-подобного Tm–структурогенеза мира // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.12691, 09.12.2005. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02320010.htm.
6. *Василенко С.Л.* Квадратичные цепные дроби (квадрацепи) // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15595, 10.10.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161557.htm.
7. *Никитин А.В.* Монополия права и математика ЗС // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.13059, 09.03.2006. – http://trinitas.ru/rus/doc/0215/003a/02150012.htm.
8. *Идеал* // Википедия. Обновление 30.08.2010. – http://ru.wikipedia.org/?oldid=27131075.
9. *Петров В.М.* Закон увеличения степени идеальности. – http://www.trizland.ru/trizba/pdf-books/zrts-08-ideal.pdf.
10. *Стахов А.П.* Металлические Пропорции – новые математические константы Природы // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.14748, 22.03.2008. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321079.htm.
11. *Гельфонд А.О.* Исчисление конечных разностей: Учеб. пособие. – 2-е изд., доп. – М.: Физматлит, 1959. – 400 с.
12. *Утешев А.Ю.* Разностное уравнение и рекуррентная последовательность. – http://pmpu.ru/vf4/recurr.
13. *Weisstein E.W.* Fibonacci Hyperbolic Functions // From MathWorld. – A Wolfram Web Resource. – http://mathworld.wolfram.com/FibonacciHyperbolicFunctions.html.
14. *Никитин А.В.* Tm-гармонии А.А.Татаренко и Теория Математических Гармоний (с комментариями А.П. Стахова) // Академия Тринитаризма. – М.: Эл № 77-6567, публ.13158, 30.03.2006. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02320027.htm.

15. *Газале М.* Гномон. От фараонов до фракталов: Пер. с англ. – М.: Ин-т компьютер. исслед., 2002. – 272 с. / Gazale Midhat J. Gnomon. From Pharaohs to Fractals. – Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1999 /.

16. *Стахов А.П.* "Металлические Пропорции" Веры Шпинадель // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.12532, 25.10.2005. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02320029.htm.

17. *Стахов А.П.* О вкладе Александра Татаренко в развитие теории чисел Фибоначчи и Золотого Сечения // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15596, 10.10.2009. – http://trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321167.htm.

18. *Vera W. de Spinadel.* The metallic means family and forbidden symmetries // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.12603, 18.11.2005. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02320033.htm.

19. *Vera* W. de Spinadel. The family of Metallic Means // Visual Mathematics. – Vol. 1, No. 3. – 1999. – http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/spinadel/index.html.

20. *Воробьев Н.Н.* Числа Фибоначчи: 4-е изд., доп. – М.: Наука, 1978. – 144 с.

21. *Golden ratio* // From Wikipedia, the free encyclopedia. – 01.09.2010 – http://en.wikipedia.org/wiki/Golden_ratio.

22. *Василенко С.Л.* Аналитика "золотых" пропорций // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.14795, 12.05.2008. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321085.htm.

23. ИСО 704:2000 (ISO 704:2000). – Работа в области терминологии. Принципы и методы / Terminology Work. Principles and Methods/. – Введ. 15.11.2000. – Код МКС 01.020.

24. *Никитин А.В.* О признании открытия А.А.Татаренко // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.14786, 28.04.2008. – http://trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161460.htm.

25. *Василенко С.Л.* Квадратичная природа золотой пропорции // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16049, 20.08.2010. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161692.htm.

26. *Дайсон Ф.* Птицы и лягушки в математике и физике // Успехи физических наук. – 2010. – Т. 180, № 8. – С. 859–870. – http://ufn.ru/ru/articles/2010/8/f/.

27. *Stakhov A.* Mathematics of Harmony: from Euclid to Contemporary Mathematics and Computer Science. – World Scientific Publishing Company, 2009. – 748 p.

28. *История математики* с древнейших времен до начала XIX столетия. В 3-х т. Т. 1 / Под ред. А.П.Юшкевича. – М.: Наука, 1970. – 354 с.

29. *Стахов А.П.* От "золотого сечения" к "металлическим пропорциям". Генезис великого математического открытия от Евклида к новым математическим константам и новым гиперболическим моделям природы. – http://trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321081-Euclid-def-GS-and-Metallic-Means.pdf.

30. *Weisstein E.W.* Golden Ratio // From MathWorld. –A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/GoldenRatio.html.